2 MOVIMIENTO EN LÍNEA RECTA

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo describir el movimiento en línea recta en términos de velocidad media, velocidad instantánea, aceleración media y aceleración instantánea.
- Cómo interpretar gráficas de posición contra tiempo, velocidad contra tiempo y aceleración contra tiempo para el movimiento en línea recta.
- Cómo resolver problemas que impliquen movimiento en línea recta con aceleración constante, incluyendo problemas de caída libre.
- Cómo analizar el movimiento en línea recta cuando la aceleración no es constante.

? Un velocista común acelera durante el primer tercio de la carrera y desacelera gradualmente en el resto de la competencia. ¿Es correcto decir que un corredor está *acelerando* conforme desacelera durante los dos tercios finales de la carrera?

¿Qué distancia debe recorrer un avión comercial antes de alcanzar la rapidez de despeje? Cuando lanzamos una pelota de béisbol verticalmente, ¿qué tanto sube? Cuando se nos resbala un vaso de la mano, ¿cuánto tiempo tenemos para atraparlo antes de que choque contra el piso? Éste es el tipo de preguntas que usted aprenderá a contestar en este capítulo. Iniciamos nuestro estudio de física con la *mecánica*, que es el estudio de las relaciones entre fuerza, materia y movimiento. En este capítulo y el siguiente estudiaremos la *cinemática*, es decir, la parte de la mecánica que describe el movimiento. Después veremos la *dinámica*: la relación entre el movimiento y sus causas.

En este capítulo nos concentramos en el tipo de movimiento más simple: un cuerpo que viaja en línea recta. Para describir este movimiento, introducimos las cantidades físicas *velocidad* y *aceleración*, las cuales en física tienen definiciones sencillas; aunque son más precisas y algo distintas de las empleadas en el lenguaje cotidiano. Un aspecto importante de las definiciones de velocidad y aceleración en física es que tales cantidades son *vectores*. Como vimos en el capítulo 1, esto significa que tienen tanto magnitud como dirección. Aquí nos interesa sólo el movimiento rectilíneo, por lo que no necesitaremos aún toda el álgebra vectorial; no obstante, el uso de vectores será esencial en el capítulo 3, al considerar el movimiento en dos o tres dimensiones.

Desarrollaremos ecuaciones sencillas para describir el movimiento rectilíneo en el importante caso en que la aceleración es constante. Un ejemplo es el movimiento de un objeto en caída libre. También consideraremos situaciones en las que la aceleración varía durante el movimiento. En estos casos habrá que integrar para describir el movimiento. (Si no ha estudiado integración aún, la sección 2.6 es opcional.)

2.1 Desplazamiento, tiempo y velocidad media

Suponga que una piloto de autos de arrancones conduce su vehículo por una pista recta (figura 2.1). Para estudiar su movimiento, necesitamos un sistema de coordenadas. Elegimos que el eje x vaya a lo largo de la trayectoria recta del auto, con el origen O en la línea de salida. También elegimos un punto en el auto, digamos su extremo delantero, y representamos todo el vehículo con ese punto y lo tratamos como una **partícula**.

Una forma útil de describir el movimiento de la partícula —es decir, el punto que representa el automóvil— es en términos del cambio en su coordenada x durante un intervalo de tiempo. Suponga que 1.0 s después del arranque el frente del vehículo está en el punto P_1, a 19 m del origen, y que 4.0 s después del arranque está en el punto P_2, a 277 m del origen. El *desplazamiento* de la partícula es un vector que apunta de P_1 a P_2 (véase la sección 1.7). La figura 2.1 muestra que este vector apunta a lo largo del eje x. La componente x del desplazamiento es simplemente el cambio en el valor de x, (277 m − 19 m) = 258 m, que hubo en un lapso de (4.0 s − 1.0 s) = 3.0 s. Definimos la **velocidad media** del auto durante este intervalo de tiempo como una cantidad *vectorial*, cuya componente x es el cambio en x dividido entre el intervalo de tiempo: (258 m)/(3.0 s) = 86 m/s.

En general, la velocidad media depende del intervalo de tiempo elegido. Durante un lapso de 3.0 s *antes* del arranque, la velocidad media fue cero, porque el auto estaba en reposo en la línea de salida y tuvo un desplazamiento cero.

Generalicemos el concepto de velocidad media. En el tiempo t_1 el auto está en el punto P_1, con la coordenada x_1, y en el tiempo t_2 está en el punto P_2 con la coordenada x_2. El desplazamiento del auto en el intervalo de t_1 a t_2 es el vector de P_1 a P_2. La componente x del desplazamiento, denotada con Δx, es el cambio en la coordenada x:

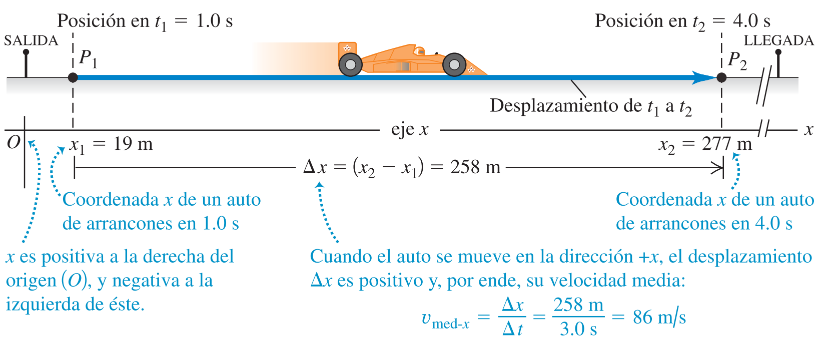
$$\Delta x = x_2 - x_1 \tag{2.1}$$

El auto de arrancones se mueve sólo a lo largo del eje x, de manera que las componentes y y z del desplazamiento son iguales a cero.

CIUDADO **El significado de Δx** Note que Δx *no* es el producto de Δ y x; es sólo un símbolo que significa "el cambio en la cantidad x". Siempre usaremos la letra griega mayúscula Δ (delta) para representar un *cambio* en cierta cantidad, calculada restando el valor *inicial* del valor *final*, y nunca a la inversa. Asimismo, el intervalo de tiempo de t_1 a t_2 es Δt, el cambio en la cantidad t: $\Delta t = t_2 - t_1$ (tiempo final menos tiempo inicial).

La componente x de la velocidad promedio, o **velocidad media**, es la componente x del desplazamiento, Δx, dividida entre el intervalo de tiempo Δt en el que ocurre el desplazamiento. Usamos el símbolo $v_{\text{med-}x}$ para representar velocidad media (el

2.1 Posiciones de un auto de arrancones en dos instantes durante su recorrido.



subíndice "med" indica que se trata de un valor promedio y el subíndice x indica que ésta es la componente x):

$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{(velocidad media, movimiento rectilíneo)} \tag{2.2}$$

En el ejemplo del auto de arrancones teníamos $x_1 = 19$ m, $x_2 = 277$ m, $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 4.0$ s, así que la ecuación (2.2) da

$$v_{\text{med-}x} = \frac{277 \text{ m} - 19 \text{ m}}{4.0 \text{ s} - 1.0 \text{ s}} = \frac{258 \text{ m}}{3.0 \text{ s}} = 86 \text{ m/s}$$

La velocidad media del auto es positiva. Esto significa que, durante el intervalo, la coordenada x aumentó y el auto se movió en la dirección $+x$ (a la derecha en la figura 2.1).

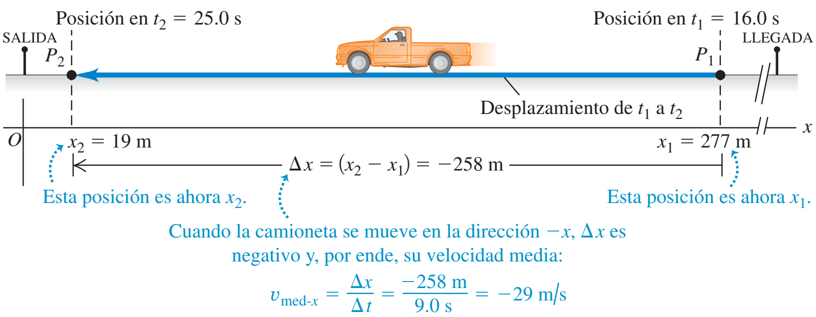
Si una partícula se mueve en la dirección x *negativa* durante un intervalo de tiempo, su velocidad media en ese lapso es negativa. Por ejemplo, suponga que la camioneta de un juez se mueve hacia la izquierda sobre la pista (figura 2.2). La camioneta está en $x_1 = 277$ m en $t_1 = 16.0$ s, y en $x_2 = 19$ m en $t_2 = 25.0$ s. Entonces, $\Delta x = (19 \text{ m} - 277 \text{ m}) = -258$ m y $\Delta t = (25.0 \text{ s} - 16.0 \text{ s}) = 9.0$ s. La componente x de la velocidad media es $v_{\text{med-}x} = \Delta x / \Delta t = (-258 \text{ m})/(9.0 \text{ s}) = -29$ m/s.

Hay algunas reglas sencillas para la velocidad media. **Siempre que x sea positiva y aumente o sea negativa y se vuelva menos negativa, la partícula se mueve en la dirección $+x$ y $v_{\text{med-}x}$ es positiva** (figura 2.1). **Siempre que x sea positiva y disminuya, o sea negativa y se vuelva más negativa, la partícula se mueve en la dirección $-x$ y $v_{\text{med-}x}$ es negativa** (figura 2.2).

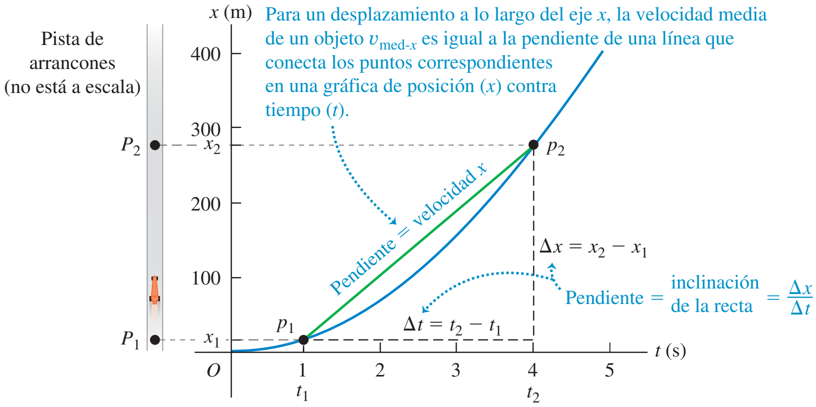
CUIDADO **Elección de la dirección x positiva** No sucumba a la tentación de pensar que una velocidad media positiva implica necesariamente movimiento a la derecha, como en la figura 2.1, y una velocidad media negativa implica movimiento a la izquierda, como en la figura 2.2. Tales conclusiones son correctas *sólo* si la dirección $+x$ es hacia la derecha, como elegimos en las figuras 2.1 y 2.2. Igualmente podríamos haber decidido que la dirección $+x$ fuera hacia la izquierda, con el origen en la llegada. Entonces, el auto habría tenido velocidad media negativa; y la camioneta del juez, positiva. En casi todos los problemas, podremos elegir la dirección del eje de coordenadas. Una vez tomada la decisión, ¡*deberá* tomarse en cuenta al interpretar los signos de $v_{\text{med-}x}$ y otras cantidades que describen el movimiento!

En el movimiento rectilíneo por lo general llamaremos a Δx el desplazamiento y a $v_{\text{med-}x}$ la velocidad media. Sin embargo, no olvide que éstas son realmente las componentes x de cantidades vectoriales que, en este caso especial, *sólo* tienen componentes x. En el capítulo 3, los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración tendrán dos o tres componentes distintas de cero.

La figura 2.3 es una gráfica de la posición del auto de arrancones en función del tiempo, es decir, una **gráfica x-t**. La curva de la figura *no* representa la trayectoria del auto; ésta es una línea recta, como se observa en la figura 2.1. Más bien, la gráfica es una forma de representar visualmente cómo cambia la posición del auto con el



2.2 Posiciones de la camioneta de un juez en dos instantes durante su movimiento. Los puntos P_1 y P_2 ahora se refieren a las posiciones de la camioneta, por lo que son diferentes de las de la figura 2.1.



2.3 La posición de un auto de arrancones en función del tiempo.

tiempo. Los puntos p_1 y p_2 en la gráfica corresponden a los puntos P_1 y P_2 de la trayectoria del auto. La línea p_1p_2 es la hipotenusa de un triángulo rectángulo con cateto vertical $\Delta x = x_2 - x_1$ y cateto horizontal $\Delta t = t_2 - t_1$. Así, la velocidad media del auto $v_{med\text{-}x} = \Delta x/\Delta t$ es igual a la *pendiente* de la línea p_1p_2, es decir, el cociente del cateto vertical Δx y el cateto horizontal Δt.

La velocidad media depende sólo del desplazamiento total $\Delta x = x_2 - x_1$ que se da durante el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$, no en los pormenores de lo que sucede dentro de ese intervalo. En el tiempo t_1 una motocicleta podría haber rebasado al auto de arrancones en el punto P_1 de la figura 2.1, para después reventar el motor y bajar la velocidad, pasando por P_2 en el mismo instante t_2 que el auto. Ambos vehículos tienen el mismo desplazamiento en el mismo lapso, así que tienen la misma velocidad media.

Si expresamos la distancia en metros y el tiempo en segundos, la velocidad media se mide en metros por segundo (m/s). Otras unidades de velocidad comunes son kilómetros por hora (km/h), pies por segundo (ft/s), millas por hora (mi/h) y nudos (1 nudo = 1 milla náutica/h = 6080 ft/h). La tabla 2.1 muestra algunas magnitudes típicas de velocidad.

Tabla 2.1 Magnitudes típicas de velocidad

Reptar de caracol	10^{-3} m/s
Andar rápido	2 m/s
Hombre más rápido	11 m/s
Guepardo en carrera	35 m/s
Automóvil más rápido	341 m/s
Movimiento aleatorio de moléculas de aire	500 m/s
Avión más rápido	1000 m/s
Satélite de comunicación en órbita	3000 m/s
Electrón en un átomo de hidrógeno	2×10^6 m/s
Luz que viaja en el vacío	3×10^8 m/s

Evalúe su comprensión de la sección 2.1 Cada uno de los siguientes viajes en automóvil dura una hora. La dirección *x* positiva es hacia el este. i) El automóvil *A* viaja 50 km al este. ii) El automóvil *B* viaja 50 km al oeste. iii) El automóvil *C* viaja 60 km al este, luego da vuelta y viaja 10 km al oeste. iv) El automóvil *D* viaja 70 km al este. v) El automóvil *E* viaja 20 km al oeste, luego da vuelta y viaja 20 km al este. *a*) Clasifique los cinco viajes en orden de velocidad media de más positivo a más negativo. *b*) ¿Cuáles viajes, si hay, tienen la misma velocidad media? *c*) ¿Para cuál viaje, si hay, la velocidad media es igual a cero?

2.2 Velocidad instantánea

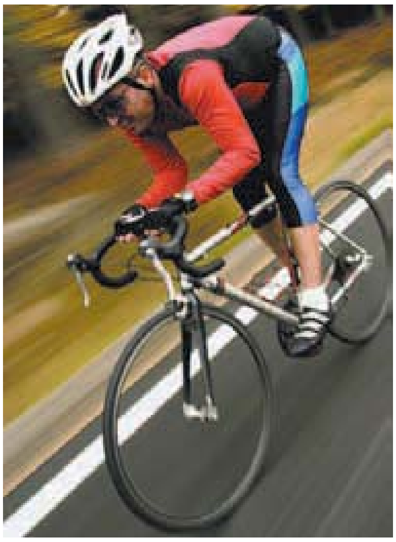
Hay ocasiones en que la velocidad media es lo único que necesitamos saber acerca del movimiento de una partícula. Por ejemplo, una carrera en pista recta es en realidad una competencia para determinar quién tuvo la mayor velocidad media, $v_{med\text{-}x}$. Se entrega el premio al competidor que haya recorrido el desplazamiento Δx de la línea de salida a la de meta en el intervalo de tiempo más corto, Δt (figura 2.4).

Sin embargo, la velocidad media de una partícula durante un intervalo de tiempo no nos indica con qué rapidez, o en qué dirección, la partícula se estaba moviendo en un instante dado del intervalo. Para describir el movimiento con mayor detalle, necesitamos definir la velocidad en cualquier instante específico o punto específico del camino. Ésta es la **velocidad instantánea**, y debe definirse con cuidado.

CUIDADO **¿Cuánto tiempo dura un instante?** Note que la palabra "instante" tiene un significado un poco distinto en física que en el lenguaje cotidiano. Podemos utilizar la frase "duró sólo un instante" para referirnos a algo que duró un intervalo de tiempo muy corto. Sin embargo, en física un instante no tiene duración; es un solo valor de tiempo.

2.4 El ganador de una carrera de natación de 50 m es el nadador cuya velocidad media tenga la mayor magnitud, es decir, quien cubra el desplazamiento Δx de 50 m en el tiempo transcurrido Δt más corto.

2.5 Incluso al avanzar, la velocidad instantánea de este ciclista puede ser negativa: si está viajando en la dirección x negativa. En cualquier problema, nosotros decidimos cuál dirección es positiva y cuál es negativa.



Para obtener la velocidad instantánea del auto de la figura 2.1 en el punto P_1, movemos el segundo punto P_2 cada vez más cerca del primer punto P_1 y calculamos la velocidad media $v_{\text{med-}x} = \Delta x/\Delta t$ para estos desplazamientos y lapsos cada vez más cortos. Tanto Δx y Δt se hacen muy pequeños; pero su cociente no necesariamente lo hace. En el lenguaje del cálculo, el límite de $\Delta x/\Delta t$ cuando Δt se acerca a cero es la **derivada** de x con respecto a t y se escribe dx/dt. *La velocidad instantánea es el límite de la velocidad media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero; es igual a la tasa instantánea de cambio de posición con el tiempo.* Usamos el símbolo v_x, sin "med" en el subíndice, para la **velocidad instantánea** en el eje x:

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad \text{(velocidad instantánea, movimiento rectilíneo)} \quad (2.3)$$

Siempre suponemos que Δt es positivo, así que v_x tiene el mismo signo algebraico que Δx. Un valor positivo de v_x indica que x aumenta y el movimiento es en la dirección x positiva; un valor negativo de v_x indica que x disminuye y el movimiento es en la dirección x negativa. Un cuerpo puede tener x positivo y v_x negativa, o al revés; x nos dice dónde está el cuerpo, en tanto que v_x nos indica cómo se mueve (figura 2.5).

La velocidad instantánea, igual que la velocidad media, es una cantidad vectorial. La ecuación (2.3) define su componente x. En el movimiento rectilíneo, las demás componentes de la velocidad instantánea son cero y, en este caso, llamaremos a v_x simplemente velocidad instantánea. (En el capítulo 3 veremos el caso general en el que la velocidad instantánea puede tener componentes x, y y z distintas de cero.) Al usar el término "velocidad", siempre nos referiremos a la velocidad instantánea, no a la media.

Los términos "velocidad" y "rapidez" se usan indistintamente en el lenguaje cotidiano; no obstante, en física tienen diferente significado. **Rapidez** denota distancia recorrida dividida entre tiempo, con un régimen medio o instantáneo. Usaremos el símbolo v (*sin* subíndice) para denotar la rapidez instantánea, que mide qué tan rápido se mueve una partícula; la *velocidad* instantánea mide con qué rapidez *y* en qué dirección se mueve. Por ejemplo, una partícula con velocidad instantánea $v_x = 25$ m/s y otra con $v_x = -25$ m/s se mueven en direcciones opuestas con la misma rapidez instantánea de 25 m/s. La rapidez instantánea es la magnitud de la velocidad instantánea, así que no puede ser negativa.

CUIDADO **Rapidez media y velocidad media** La rapidez media, sin embargo, no es la magnitud de la velocidad media. Cuando Alexander Popov estableció un récord mundial en 1994 nadando 100.0 m en 46.74 s, su rapidez media fue de (100.0 m)/(46.74 s) = 2.139 m/s. No obstante, como nadó dos veces la longitud de una alberca de 50 m, terminó en el punto de donde partió, con un desplazamiento total de cero ¡y una *velocidad* media de cero! Tanto la rapidez media como la rapidez instantánea son escalares, no vectores, porque no contienen información de dirección.

Ejemplo 2.1 Velocidades media e instantánea

Un guepardo acecha 20 m al este del escondite de un observador (figura 2.6a). En el tiempo $t = 0$, el guepardo ataca a un antílope y empieza a correr en línea recta. Durante los primeros 2.0 s del ataque, la coordenada x del guepardo varía con el tiempo según la ecuación $x = 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)t^2$. *a*) Obtenga el desplazamiento del guepardo entre $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 2.0$ s. *b*) Calcule la velocidad media en dicho intervalo. *c*) Calcule la velocidad instantánea en $t_1 = 1.0$ s tomando $\Delta t = 0.1$ s, luego $\Delta t = 0.01$ s, luego $\Delta t = 0.001$ s. *d*) Deduzca una expresión general para la velocidad instantánea en función del tiempo, y con ella calcule v_x en $t = 1.0$ s y $t = 2.0$ s.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema requiere usar las definiciones de desplazamiento, velocidad media y velocidad instantánea. El uso de las dos primeras implica álgebra; la última requiere cálculo para derivar.

PLANTEAR: La figura 2.6b muestra el movimiento del guepardo. Para analizar este problema, usamos la ecuación (2.1) del desplazamiento, la ecuación (2.2) de la velocidad media y la ecuación (2.3) de la velocidad instantánea.

EJECUTAR: *a*) En $t_1 = 1.0$ s, la posición x_1 del guepardo es

$$x_1 = 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)(1.0\text{ s})^2 = 25\text{ m}$$

En $t_2 = 2.0$ s, su posición x_2 es

$$x_2 = 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)(2.0\text{ s})^2 = 40\text{ m}$$

El desplazamiento en este intervalo es

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 40\text{ m} - 25\text{ m} = 15\text{ m}$$

b) La velocidad media durante este intervalo es

$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{40\text{ m} - 25\text{ m}}{2.0\text{ s} - 1.0\text{ s}} = \frac{15\text{ m}}{1.0\text{ s}} = 15\text{ m/s}$$

c) Con $\Delta t = 0.1$ s, el intervalo es de $t_1 = 1.0$ s a $t_2 = 1.1$ s. En t_2, la posición es

$$x_2 = 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)(1.1\text{ s})^2 = 26.05\text{ m}$$

La velocidad media durante estos intervalos es

$$v_{\text{med-}x} = \frac{26.05\text{ m} - 25\text{ m}}{1.1\text{ s} - 1.0\text{ s}} = 10.5\text{ m/s}$$

Siga este método para calcular las velocidades medias de los intervalos de 0.01 s y 0.001 s. Los resultados son 10.05 m/s y 10.005 m/s. Al disminuir Δt, la velocidad media se acerca a 10.0 m/s, por lo que concluimos que la velocidad instantánea en $t = 1.0$ s es de 10.0 m/s.

d) Al calcular la velocidad instantánea en función del tiempo, derive la expresión de x con respecto a t. La derivada de una constante es cero, y para cualquier n la derivada de t^n es nt^{n-1}, así que la derivada de t^2 es $2t$. Por lo tanto,

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (5.0\text{ m/s}^2)(2t) = (10\text{ m/s}^2)t$$

En $t = 1.0$ s, $v_x = 10$ m/s, como vimos en el inciso *c*). En $t = 2.0$ s, $v_x = 20$ m/s.

EVALUAR: Nuestros resultados muestran que el guepardo aumentó su rapidez de $t = 0$ (cuando estaba en reposo) a $t = 1.0$ s ($v_x = 10$ m/s) a $t = 2.0$ s ($v_x = 20$ m/s), lo cual es razonable: el guepardo recorrió sólo 5 m durante el intervalo $t = 0$ a $t = 1.0$ s; sin embargo, recorrió 15 m en el intervalo $t = 1.0$ s a $t = 2.0$ s.

2.6 Un guepardo agazapado en un arbusto ataca a un antílope. Los animales no están a la misma escala que el eje.