10 DINÁMICA DEL MOVIMIENTO ROTACIONAL

? Si el acróbata no está tocando el suelo, ¿cómo puede alterar su rapidez de rotación? ¿Qué principio físico se aplica aquí?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

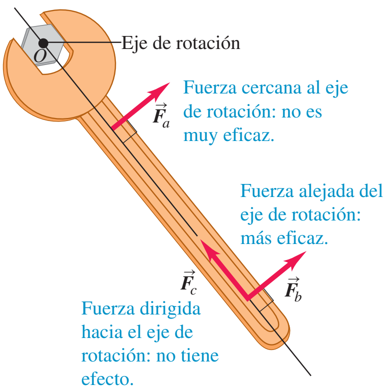
- Qué significa que una fuerza produzca una torca.
- De qué manera la torca total sobre un cuerpo afecta su movimiento rotacional.
- Cómo analizar el movimiento de un cuerpo que gira y se mueve como un todo por el espacio.
- Cómo resolver problemas que implican trabajo y potencia para cuerpos giratorios.
- Cuál es el significado del momento angular de una partícula o de un cuerpo rígido.
- De qué manera el momento angular de un sistema cambia con el tiempo.
- Por qué un giróscopo que gira describe un movimiento extraño llamado precesión.

En los capítulos 4 y 5 aprendimos que una fuerza neta aplicada a un cuerpo imparte una aceleración a ese cuerpo. Sin embargo, ¿qué se requiere para impartir una aceleración *angular* a un cuerpo? Es decir, ¿qué se necesita para poner a girar un cuerpo estacionario o para detener un cuerpo que está dando vueltas? Se requiere una fuerza, pero debe aplicarse de tal manera que proporcione una acción de torcer o de dar vuelta.

En este capítulo definiremos una nueva cantidad física, la *torca*, que describe la acción de torsión o giro debido a una fuerza. Veremos que la torca total que actúa sobre un cuerpo rígido determina su aceleración angular, así como la fuerza total sobre un cuerpo determina su aceleración lineal. También examinaremos el trabajo y la potencia en el movimiento rotacional con la finalidad de entender los problemas del tipo de cómo el eje giratorio de un auto transmite energía. Por último, desarrollaremos un nuevo principio de conservación, la *conservación del momento angular*, que es muy útil para entender la rotación de cuerpos tanto rígidos como no rígidos. Terminaremos el capítulo con el estudio de los *giróscopos*, que son dispositivos giratorios que al parecer desafían el sentido común y no se caen cuando creemos que deberían hacerlo, aunque en realidad su comportamiento se ajusta perfectamente a la dinámica del movimiento rotacional.

10.1 Torca

10.1 ¿Cuál de estas tres fuerzas de igual magnitud tiene mayor probabilidad de aflojar el tornillo apretado?



Sabemos que las fuerzas que actúan sobre un cuerpo pueden afectar su **movimiento de traslación**, es decir, el movimiento del cuerpo como un todo a través del espacio. Ahora queremos aprender qué aspectos de una fuerza determinan qué tan eficaz es ésta para provocar o modificar el movimiento *rotacional*. La magnitud y dirección de la fuerza son importantes, pero también lo es la posición del punto de aplicación. En la figura 10.1, se está usando una llave inglesa para aflojar un tornillo apretado. La fuerza $\vec{F}_b$, aplicada cerca del extremo del mango, es más eficaz que una fuerza igual $\vec{F}_a$ aplicada cerca del tornillo. La fuerza $\vec{F}_c$ no sirve de nada. Se aplica en el mismo punto y tiene la misma magnitud que $\vec{F}_b$, pero está dirigida a lo largo del mango. La medida cuantitativa de la tendencia de una fuerza para causar o alterar la rotación de un cuerpo se denomina *torca*. Decimos que $\vec{F}_a$ genera una torca sobre un punto O a la llave de la figura 10.1 $\vec{F}_b$ genera una torca mayor sobre O y $\vec{F}_c$ no genera ninguna torca sobre O.

La figura 10.2 muestra tres ejemplos de cómo calcular la torca. En la figura el cuerpo puede girar alrededor de un eje que es perpendicular al plano de la figura y pasa por el punto O. Sobre el cuerpo actúan tres fuerzas: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, y $\vec{F}_3$, en el plano de la figura. La tendencia de $\vec{F}_1$, a causar una rotación alrededor de O depende de su magnitud F_1 y también de la distancia *perpendicular* l_1 entre el punto O y la **línea de acción** de la fuerza (la línea sobre la que está el vector de fuerza). Llamamos a l_1 el **brazo de palanca** (o en ocasiones se le denomina como **brazo de momento**) de $\vec{F}_1$ alrededor de O. El esfuerzo de torsión es directamente proporcional tanto a F_1 y como a l_1. Definimos a la **torca** de $\vec{F}_1$ con respecto a O como el producto $F_1 l_1$. Usaremos la letra griega τ (tau) para la torca. En general, para una fuerza de magnitud F cuya línea de acción está a una distancia perpendicular l del punto O, la torca es

$$\tau = Fl \tag{10.1}$$

Los físicos prefieren el término "torca", mientras que los ingenieros prefieren el término "momento o par de torsión" solo (a menos que estén hablando de un eje giratorio). Los dos grupos usan "brazo de palanca" o "brazo de momento" para la distancia l.

El brazo de palanca de $\vec{F}_1$ en la figura 10.2 es la distancia perpendicular l_1 y el de $\vec{F}_2$ es la distancia perpendicular l_2. La línea de acción de $\vec{F}_3$ pasa por el punto O, así que el brazo de palanca de $\vec{F}_3$ es cero y su torca con respecto a O es cero. Por lo mismo, $\vec{F}_c$ en la figura 10.1 tiene una torca cero con respecto al punto O, en tanto que $\vec{F}_b$ tiene mayor torca que $\vec{F}_a$ porque su brazo de palanca es mayor.

CUIDADO **La torca siempre se mide en torno a un punto O** Observe que la torca *siempre* se define con referencia a un punto específico. Si cambiamos de posición este punto, la torca de cada fuerza puede cambiar. Por ejemplo, la torca de $\vec{F}_3$ en la figura 10.2 es cero con respecto al punto O, pero no con respecto al punto A. Al describir la torca de una fuerza, no basta llamarlo "la torca de $\vec{F}$"; debemos decir "el momento de torsión de $\vec{F}$ con respecto al punto X" o "la torca de $\vec{F}$ alrededor del punto X".

En la figura 10.2, la fuerza $\vec{F}_1$ tiende a causar rotación *antihoraria* alrededor de O, mientras que $\vec{F}_2$ tiende a causar rotación *horaria*. Para distinguir entre estas dos posibilidades, necesitamos elegir un sentido de rotación positivo. Si elegimos que *las torcas antihorarias sean positivas y las torcas en sentido horario sean negativas*, las torcas de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ con respecto a O son

$$\tau_1 = +F_1 l_1 \qquad \tau_2 = -F_2 l_2$$

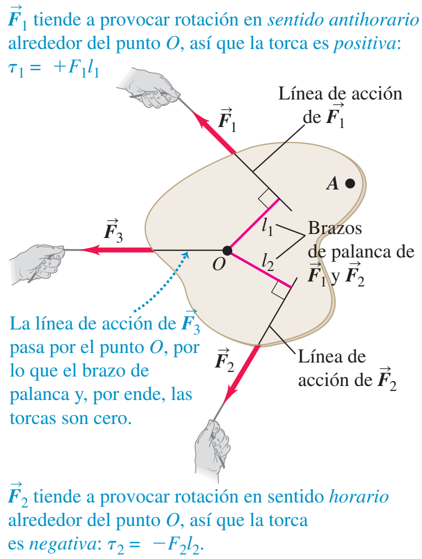
La figura 10.2 muestra esta elección para el signo de la torca. A menudo usaremos el símbolo ⊕ para indicar el sentido de rotación positivo que elegimos.

La unidad de la torca en el SI es el newton-metro. Al hablar de trabajo y energía llamamos a esta combinación joule; sin embargo, la torca *no* es trabajo ni energía, así que debemos expresarlo en newton-metros, *no* joules.

La figura 10.3 muestra una fuerza $\vec{F}$ que se aplica en un punto P descrito por un vector de posición $\vec{r}$ con respecto al punto elegido O. Hay varias formas de calcular la torca de esta fuerza:

1. Determine el brazo de palanca l y use $\tau = Fl$.
2. Calcule el ángulo ϕ entre los vectores $\vec{r}$ y $\vec{F}$; el brazo de palanca es $r \operatorname{sen} \phi$, así que $\tau = rF \operatorname{sen} \phi$.
3. Represente $\vec{F}$ en términos de una componente radial F_{rad} en la dirección de $\vec{r}$ y una componente tangencial F_{tan} perpendicular a $\vec{r}$. (Decimos tangencial porque si el cuerpo gira, el punto donde actúa la fuerza se mueve en un círculo, y esta componente es tangente a ese círculo.) Entonces, $F_{tan} = F \operatorname{sen} \phi$ y

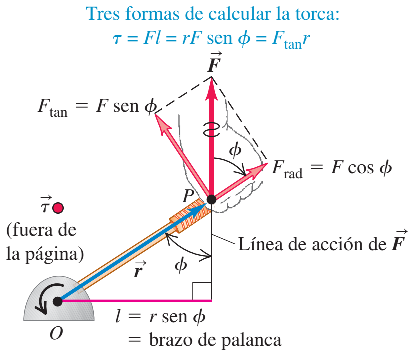
10.2 La torca de una fuerza alrededor de un punto es el producto de la magnitud de la fuerza y su brazo de palanca.



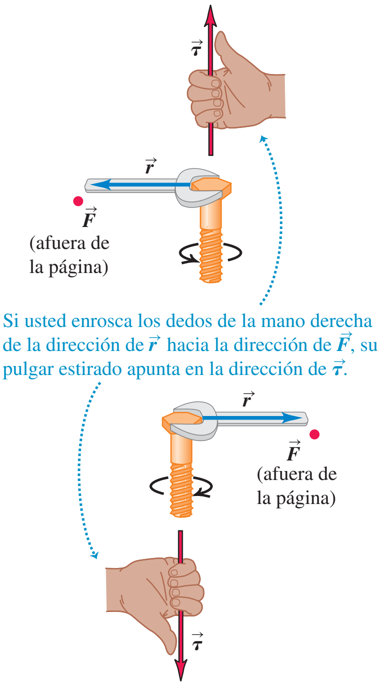
ActivPhysics ONLINE

7.1 Cálculo de torcas

10.3 Tres formas de calcular la torca de la fuerza $\vec{F}$ en torno al punto O. En esta figura, $\vec{r}$ y $\vec{F}$ están en el plano de la página y el vector de la torca $\vec{\tau}$ apunta afuera de la página hacia el lector.



10.4 El vector de la torca, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ se dirige sobre el eje del tornillo, perpendicular tanto a $\vec{r}$ como a $\vec{F}$. Vemos que los dedos de la mano derecha se enroscan en la dirección de la rotación que la torca tiende a causar.



$\tau = r(F\operatorname{sen}\phi) = F_{\tan}r$. La componente F_{rad} *no* tiene torca con respecto a O porque su brazo de palanca con respecto a ese punto es cero (compare con las fuerzas $\vec{F}_c$ de la figura 10.1 y $\vec{F}_3$ de la figura 10.2).

Resumiendo estas expresiones de la torca , tenemos

$$\tau = Fl = rF\operatorname{sen}\phi = F_{\tan}r \qquad \text{(magnitud de la torca)} \qquad (10.2)$$

La torca como vector

En la sección 9.1, vimos que la velocidad y la aceleración angulares pueden representarse como vectores; lo mismo sucede con la torca ; observe que la cantidad rF sen ϕ de la ecuación (10.2) es la magnitud del *producto vectorial* $\vec{r} \times \vec{F}$ que definimos en la sección 1.10. (Repase esa definición.) Ahora generalizamos la definición de torca de la siguiente manera: si una fuerza $\vec{F}$ actúa en un punto que tiene un vector de posición $\vec{r}$ con respecto a un origen O, como en la figura 10.3, la torca $\vec{\tau}$ de la fuerza con respecto a O es la cantidad *vectorial*

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \text{(definición del vector torca)} \qquad (10.3)$$

La torca definida en la ecuación (10.2) es sólo la magnitud del vector torca $\vec{r} \times \vec{F}$. La dirección de $\vec{\tau}$ es perpendicular tanto a $\vec{r}$ como a $\vec{F}$. En particular, si $\vec{r}$ y $\vec{F}$ están en un plano perpendicular al eje de rotación, como en la figura 10.3, el vector torca $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ tiene la dirección del eje de rotación, y su sentido está dado por la regla de la mano derecha (figura 1.29). Las relaciones de dirección se muestran en la figura 10.4.

En los diagramas donde intervienen $\vec{r}$, $\vec{F}$ y $\vec{\tau}$, es común que uno de los vectores esté orientado en una dirección perpendicular a la página. (De hecho, por la naturaleza misma del producto cruz, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ *debe* ser perpendicular al plano de los vectores $\vec{r}$ y $\vec{F}$.) Usaremos un punto (•) para representar un vector que apunta hacia afuera de la página (véase la figura 10.3) y una cruz (×) para representar un vector que apunta hacia adentro de la página.

En las siguientes secciones, normalmente nos interesará la rotación de un cuerpo alrededor de un eje orientado en cierta dirección constante. En tal caso, sólo interesa la componente de la torca sobre ese eje, que normalmente llamaremos la torca con respecto al *eje* especificado.

Ejemplo 10.1 Aplicación de una torca

Un plomero aficionado, que no puede aflojar una junta, ensarta un tramo de tubo en el mango de su llave de tuercas y aplica todo su peso de 900 N al extremo del tubo parándose sobre él. La distancia del centro de la junta al punto donde actúa el peso es de 0.80 m, y el mango y el tubo forman un ángulo de 19° con la horizontal (figura 10.5a). Calcule la magnitud y la dirección de la torca que el plomero aplica en torno al centro de la junta.

10.5 a) Un plomero aficionado trata de aflojar una junta parándose en una extensión del mango de la llave de tuercas. b) Diagrama vectorial para calcular la torca con respecto a O.

a) Diagrama de la situación b) Diagrama de cuerpo