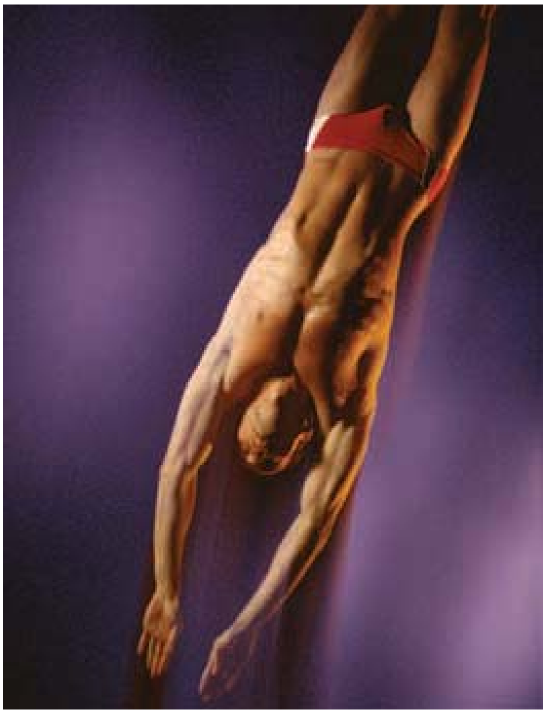
ENERGÍA POTENCIAL Y CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

7



?Mientras este clavadista entra en el agua, ¿la fuerza de gravedad realiza trabajo positivo o negativo sobre él? ¿El agua realiza trabajo positivo o negativo sobre él?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Cómo utilizar el concepto de energía potencial gravitacional en problemas que implican movimiento vertical.
- Cómo utilizar el concepto de energía potencial elástica en problemas que implican un cuerpo en movimiento unido a un resorte estirado o comprimido.
- La distinción entre fuerzas conservativas y no conservativas, y cómo resolver problemas donde ambos tipos de fuerzas actúan sobre un cuerpo en movimiento.
- Cómo calcular las propiedades de una fuerza conservativa conociendo la función de energía potencial correspondiente.
- Cómo emplear diagramas de energía para entender el movimiento rectilíneo de un objeto bajo la influencia de una fuerza conservativa.

Cuando un clavadista se tira de un trampolín a la alberca, golpea el agua rápidamente, con mucha energía cinética. ¿De dónde proviene esa energía? La respuesta que dimos en el capítulo 6 fue que la fuerza gravitacional (su peso) realiza trabajo sobre el clavadista al caer. La energía cinética del clavadista —energía asociada con su *movimiento*— aumenta en una cantidad igual al trabajo realizado.

Sin embargo, hay otra forma muy útil de ver el trabajo y la energía cinética. Este nuevo enfoque se basa en el concepto de *energía potencial*, que es energía asociada a la *posición* de un sistema, no a su movimiento. En este enfoque, hay *energía potencial gravitacional* incluso cuando el clavadista está parado en el trampolín. Al caer, no se agrega energía al sistema Tierra-clavadista, sino que una reserva de energía se *transforma* de una forma (energía potencial) a otra (energía cinética). En este capítulo, veremos cómo puede entenderse esta transformación con el teorema trabajo-energía.

Si el clavadista rebota en el extremo del trampolín antes de saltar, la tabla flexionada almacena otra clase de energía potencial llamada *energía potencial elástica*. Veremos la energía potencial elástica de sistemas sencillos como un resorte estirado o comprimido. (Otra clase importante de energía potencial se asocia a las posiciones relativas de partículas con carga eléctrica. Veremos esto en el capítulo 23.)

Demostraremos que, en algunos casos, la suma de las energías cinética y potencial de un sistema, llamada, *energía mecánica total*, es constante durante el movimiento del sistema. Esto nos llevará al enunciado general de la *ley de conservación de la energía*, que es uno de los principios más fundamentales y trascendentales de la ciencia.

7.1 Cuando un balón de básquetbol desciende, la energía potencial gravitacional se convierte en energía cinética y aumenta la rapidez del balón.

7.1 Energía potencial gravitacional

Como vimos en el capítulo 6 una partícula gana o pierde energía cinética porque interactúa con otros objetos que ejercen fuerzas sobre ella. En cualquier interacción, el cambio de energía cinética de una partícula es igual al trabajo total efectuado sobre la partícula por todas las fuerzas que actúan sobre ella.

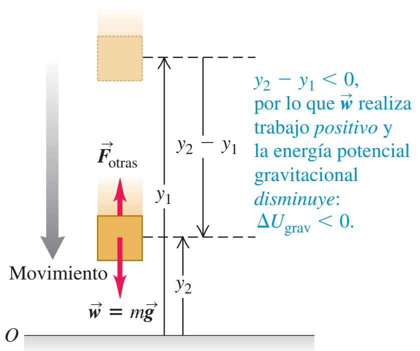
En muchas situaciones, parece que se almacena energía en un sistema para recuperarse después. Por ejemplo, hay que efectuar trabajo para levantar una roca pesada sobre la cabeza. Parece razonable que, al levantar la roca en el aire, se está almacenando energía en el sistema, la cual se convierte después en energía cinética al dejar caer la roca.

Este ejemplo señala a la idea de una energía asociada con la *posición* de los cuerpos en un sistema. Este tipo de energía es una medida del *potencial* o *posibilidad* de efectuar trabajo. Al levantar una roca, existe la posibilidad de que la fuerza de gravitación realice trabajo sobre ella, pero sólo si la roca se deja caer al suelo. Por ello, la energía asociada con la posición se llama **energía potencial**. Lo dicho sugiere que hay energía potencial asociada al peso de un cuerpo y a su altura sobre el suelo: la *energía potencial gravitacional* (figura 7.1).

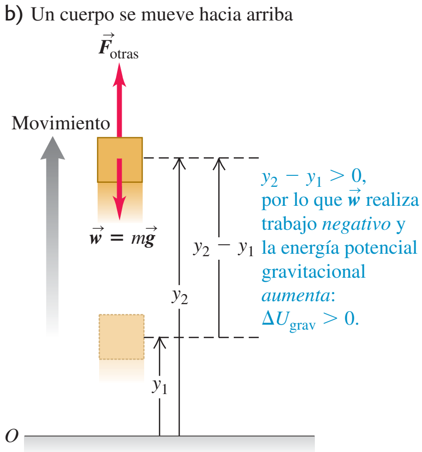
Ahora tenemos *dos* formas de describir lo que sucede cuando un cuerpo cae sin resistencia del aire. Una forma consiste en decir que disminuye la energía potencial gravitacional y aumenta la energía cinética del cuerpo que cae. La otra forma, que vimos en el capítulo 6, es que aumenta la energía cinética de un cuerpo que cae porque la fuerza de gravedad terrestre (el peso del cuerpo) realiza trabajo sobre el cuerpo. Más adelante en esta sección utilizaremos el teorema trabajo-energía para demostrar que estas dos descripciones son equivalentes.

7.2 Cuando un cuerpo se mueve verticalmente de una altura inicial y_1 a una altura final y_2, la fuerza gravitacional $\vec{w}$ efectúa trabajo y cambia la energía potencial gravitacional.

a) Un cuerpo se mueve hacia abajo



b) Un cuerpo se mueve hacia arriba



No obstante, para empezar, deduzcamos la expresión para energía potencial gravitacional. Consideremos un cuerpo de masa m que se mueve en el eje y (vertical), como en la figura 7.2. Las fuerzas que actúan sobre él son su peso, de magnitud $w = mg$, y tal vez otras; llamamos a la suma vectorial (resultante) de todas las otras fuerzas $\vec{F}_{otras}$. Suponemos que el cuerpo permanece tan cerca de la superficie terrestre que el peso es constante. (En el capítulo 12 veremos que el peso disminuye con la altura.) Queremos determinar el trabajo efectuado por el peso cuando el cuerpo cae de una altura y_1 sobre el origen a una altura menor y_2 (figura 7.2a). El peso y el desplazamiento tienen la misma dirección, así que el trabajo W_{grav} efectuado sobre el cuerpo por su peso es positivo;

$$W_{grav} = Fs = w(y_1 - y_2) = mgy_1 - mgy_2 \tag{7.1}$$

Esta expresión también da el trabajo correcto cuando el cuerpo *sube* y y_2 es mayor que y_1 (figura 7.2b). En tal caso, la cantidad $y_1 - y_2$ es negativa y W_{grav} es negativa porque el peso y el desplazamiento tienen direcciones opuestas.

La ecuación (7.1) muestra que podemos expresar W_{grav} en términos de los valores de la cantidad mgy al principio y al final del desplazamiento. Esta cantidad, el producto del peso mg y la altura y sobre el origen de las coordenadas, es la **energía potencial gravitacional**, U_{grav}:

$$U_{grav} = mgy \qquad \text{(energía potencial gravitacional)} \tag{7.2}$$

Su valor inicial es $U_{grav,1} = mgy_1$ y su valor final es $U_{grav,2} = mgy_2$. El cambio en U_{grav} es su valor final menos su valor inicial: $\Delta U_{grav} = U_{grav,2} - U_{grav,1}$. Podemos expresar el trabajo W_{grav} realizado por la fuerza gravitacional durante el desplazamiento de y_1 a y_2 como

$$W_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2} = -(U_{grav,2} - U_{grav,1}) = -\Delta U_{grav} \tag{7.3}$$

El signo negativo de ΔU_{grav} es *fundamental.* Cuando el cuerpo sube, y aumenta, el trabajo realizado por la gravedad es negativo y la energía potencial gravitacional aumenta ($\Delta U_{grav} > 0$). Si el cuerpo baja, y disminuye, la gravedad realiza trabajo positivo y la energía potencial gravitacional se reduce ($\Delta U_{grav} < 0$). Es como sacar dinero del banco (reducir U_{grav}) y gastarlo (realizar trabajo positivo). Como muestra la ecuación (7.3), la unidad de energía potencial es el joule (J), la misma del trabajo.

CUIDADO **¿A qué cuerpo "pertenece" la energía potencial gravitacional?** *No* es correcto llamar a $U_{grav} = mgy$ la "energía potencial gravitacional del cuerpo", ya que la energía potencial gravitacional U_{grav} es una propiedad *compartida* del cuerpo y la Tierra. El valor de U_{grav} aumenta si la Tierra permanece fija y la altura aumenta; también aumenta si el cuerpo está fijo en el espacio y la Tierra se aleja de él. Observe que en la fórmula $U_{grav} = mgy$ intervienen características tanto del cuerpo (su masa m) como de la Tierra (el valor de g).

Conservación de la energía mecánica (sólo fuerzas gravitacionales)

Si quiere ver para qué sirve la energía potencial gravitacional, suponga que el peso del cuerpo es la *única* fuerza que actúa sobre él: $\vec{F}_{otras} = \mathbf{0}$. Entonces, el cuerpo cae libremente sin resistencia del aire, y podría estar subiendo o bajando. Sea v_1 su rapidez en y_1, y v_2 en y_2. El teorema trabajo-energía, ecuación (6.6), indica que el trabajo total efectuado sobre el cuerpo es igual al cambio en su energía cinética; $W_{tot} = \Delta K = K_2 - K_1$. Si la gravedad es la única fuerza que actúa, entonces, por la ecuación (7.3), $W_{tot} = W_{grav} = -\Delta U_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2}$. Juntando esto,

$$\Delta K = -\Delta U_{grav} \qquad \text{o bien,} \qquad K_2 - K_1 = U_{grav,1} - U_{grav,2}$$

que podemos reescribir como

$$K_1 + U_{grav,1} = K_2 + U_{grav,2} \qquad \text{(si sólo la gravedad realiza trabajo)} \qquad (7.4)$$

o bien

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \quad \text{(si sólo la gravedad realiza trabajo)} \quad (7.5)$$

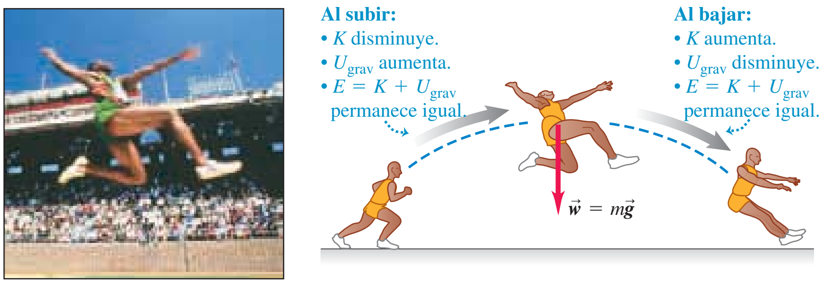
Ahora definimos la suma $K + U_{grav}$ de las energías cinética y potencial como E, la **energía mecánica total del sistema**. Por "sistema" nos referimos al cuerpo de masa m y la Tierra considerados juntos, porque la energía potencial gravitacional U es una propiedad compartida de ambos cuerpos. Así, $E_1 = K_1 + U_{grav,1}$ es la energía mecánica total en y_1 y $E_2 = K_2 + U_{grav,2}$ es la energía mecánica total en y_2. La ecuación (7.4) dice que, cuando el peso del cuerpo es la única fuerza que realiza trabajo sobre él, $E_1 = E_2$. Es decir, E es constante; tiene el mismo valor en y_1 que en y_2. No obstante, dado que las posiciones y_1 y y_2 son puntos arbitrarios en el movimiento del cuerpo, la energía mecánica total E tiene el mismo valor en *todos* los puntos durante el movimiento;

$$E = K + U_{grav} = \text{constante} \qquad \text{(si sólo la gravedad efectúa trabajo)}$$

Una cantidad que siempre tiene el mismo valor es una cantidad que *se conserva. Si sólo la fuerza de gravedad efectúa trabajo, la energía mecánica total es constante, es decir, se conserva* (figura 7.3). Éste es nuestro primer ejemplo de la **conservación de la energía mecánica**.

Cuando lanzamos una pelota al aire, su rapidez disminuye al subir, a medida que la energía cinética se convierte en energía potencial: $\Delta K < 0$ y $\Delta U_{grav} > 0$. Al bajar, la energía potencial se convierte en cinética y la rapidez de la pelota aumenta: $\Delta K > 0$ y $\Delta U_{grav} < 0$. No obstante, la energía mecánica *total* (cinética más potencial) es la misma en todos los puntos del movimiento, siempre que ninguna otra fuerza realice trabajo sobre la pelota (la resistencia del aire debe ser insignificante).

7.3 Mientras el atleta está en el aire, sólo la gravedad efectúa trabajo sobre él (si despreciamos los efectos menores de la resistencia del aire). La energía mecánica (la suma de las energías cinética y potencial gravitacional) se conserva.



ActivPhysics
5.2 Frenado de un elevador que asciende
5.3 Frenado de un elevador que baja
5.6 Rapidez de un esquiador

Sigue siendo verdad que la fuerza gravitacional efectúa trabajo sobre el cuerpo al subir o bajar éste, pero ya no tenemos que calcularlo directamente; basta ver cómo cambia el valor de U_{grav}.

CUIDADO **Elija "altura cero" siempre que desee** En lo que se refiere a la energía potencial gravitacional, quizá elijamos la altura como $y = 0$. Si desplazamos el origen de y, los valores de y_1 y y_2 cambiarán, al igual que los valores de $U_{grav,1}$ y $U_{grav,2}$; sin embargo, tal cambio no tiene efecto en la *diferencia* del peso $y_2 - y_1$ ni en la *diferencia* de la energía potencial gravitacional $U_{grav,2} - U_{grav,1} = mg(y_2 - y_1)$. Como veremos en el siguiente ejemplo, la cantidad que tiene importancia física no es el valor de U_{grav} en cierto punto, sino la *diferencia* en U_{grav} entre 2 puntos. Así, podemos definir U_{grav} como cero en cualquier punto sin afectar la física de la situación.

Ejemplo 7.1 Altura de una pelota por conservación de la energía

Usted lanza una pelota de béisbol con masa de 0.145 kg hacia arriba, dándole una velocidad inicial hacia arriba de 20.0 m/s. Determine qué altura alcanza, despreciando la resistencia del aire.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Una vez en el aire, la única fuerza que actúa sobre la pelota es la gravedad; por lo tanto, podemos usar la conservación de la energía mecánica.

PLANTEAR: Usaremos las ecuaciones (7.4) y (7.5); el punto 1 será el punto en que la bola sale de la mano, y el punto 2 donde la pelota alcanza su altura máxima. Al igual que en la figura 7.2, elegimos el eje $+y$ que apunta verticalmente hacia arriba. La rapidez de la pelota en el punto 1 es $v_1 = 20.0$ m/s. La pelota está instantáneamente en reposo en el punto más alto de su movimiento, así que $v_2 = 0$.

La incógnita es la distancia que la pelota se mueve verticalmente entre estos dos puntos, es decir, el desplazamiento $y_2 - y_1$. Si colocamos el origen donde la pelota sale de la mano (punto 1), entonces, $y_1 = 0$ (figura 7.4) y la incógnita es simplemente y_2.

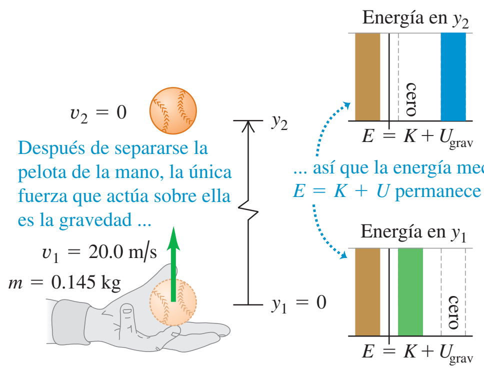
EJECUTAR: Puesto que $y_1 = 0$, la energía potencial en el punto 1 es $U_{grav,1} = mgy_1 = 0$. Además, dado que la pelota está en reposo en el punto 2, la energía cinética en ese punto es $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = 0$. Así que la ecuación (7.4), que dice que $K_1 + U_{grav,1} = K_2 + U_{grav,2}$, se convierte en

$$K_1 = U_{grav,2}$$

Como se ve en las gráficas de barras de energía de la figura 7.4, la energía cinética de la pelota en el punto 1 se convierte totalmente en energía potencial gravitacional en el punto 2. En el punto 1, la energía cinética es

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(0.145\ \text{kg})(20.0\ \text{m/s})^2 = 29.0\ \text{J}$$

7.4 Después de que la pelota sale de la mano, se conserva la energía mecánica $E = K + U$.



y es igual a la energía potencial $U_{grav,2} = mgy_2$ en el punto 2, así que

$$y_2 = \frac{U_{grav,2}}{mg} = \frac{29.0\ \text{J}}{(0.145\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)} = 20.4\ \text{m}$$

También podemos resolver $K_1 = U_{grav,2}$ algebraicamente despejando y_2:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgy_2$$

$$y_2 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(20.0\ \text{m/s})^2}{2(9.80\ \text{m/s}^2)} = 20.4\ \text{m}$$

EVALUAR: La masa se elimina, como esperábamos; en el capítulo 2 vimos que el movimiento de un cuerpo en caída libre no depende de su masa. De hecho, podríamos haber deducido el resultado $y_2 = v_1^2/2g$ utilizando la ecuación (2.13).

Al realizar el cálculo, elegimos el origen en el punto 1, de modo que $y_1 = 0$ y $U_{grav,1} = 0$. ¿Qué pasa si elegimos otro origen? Suponga que lo colocamos 5.0 m debajo del punto 1, de modo que $y_1 = 5.0$ m. Entonces, la energía mecánica total en el punto 1 será en parte cinética y en parte potencial; no obstante, en el punto 2 será puramente potencial. Si realiza de nuevo el cálculo usando este origen, obtendrá $y_2 = 25.4$ m, esto es, 20.4 m sobre el punto 1, igual que con el primer origen. En cualquier problema similar, corresponde a usted elegir la altura donde $U_{grav} = 0$; no se rompa la cabeza, porque la física de la respuesta no depende de su decisión.

Cuando realizan trabajo otras fuerzas distintas de la gravedad

Si otras fuerzas actúan sobre el cuerpo además de su peso, entonces $\vec{F}_{otras}$ de la figura 7.2 *no* es cero. En el caso del martinete del ejemplo 6.4 (sección 6.2), la fuerza aplicada por el cable y la fricción de las guías verticales son ejemplos de fuerzas que podrían estar incluidas en $\vec{F}_{otras}$. El trabajo gravitacional W_{grav} aún está dado por la ecuación (7.3), pero el trabajo total W_{tot} es la suma de W_{grav} y el trabajo de $\vec{F}_{otras}$. Llamamos a este trabajo adicional W_{otras}, de modo que el trabajo total realizado por todas las fuerzas es $W_{tot} = W_{grav} + W_{otras}$. Igualando esto al cambio de energía cinética, tenemos

$$W_{otras} + W_{grav} = K_2 - K_1 \tag{7.6}$$

Además, por la ecuación (7.3), $W_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2}$, así que

$$W_{otras} + U_{grav,1} - U_{grav,2} = K_2 - K_1$$

que podemos reacomodar así:

$$K_1 + U_{grav,1} + W_{otras} = K_2 + U_{grav,2} \quad \text{(si otras fuerzas además de la gravedad efectúan trabajo)} \tag{7.7}$$

Por último, usando las expresiones adecuadas para los distintos términos de energía:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 + W_{otras} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \quad \text{(si otras fuerzas además de la gravedad efectúan trabajo)} \tag{7.8}$$

El significado de las ecuaciones (7.7) y (7.8) es que *el trabajo realizado por todas las fuerzas* distintas de la fuerza gravitacional *es igual al cambio en la energía mecánica total* $E = K + U_{grav}$ *del sistema, donde* U_{grav} *es la energía potencial gravitacional. Si* W_{otras} es positivo, E aumenta y $(K_2 + U_{grav,2}) > (K_1 + U_{grav,1})$. Si W_{otras} es negativo, E disminuye (figura 7.5). En el caso especial en que sólo el peso del cuerpo realiza trabajo, $W_{otras} = 0$. Entonces, la energía mecánica total es constante, y volvemos a la ecuación (7.4) o (7.5).

7.5 Conforme este paracaidista va cayendo, la fuerza hacia arriba de la resistencia del aire realiza trabajo negativo W_{otras} sobre él. Por lo tanto, disminuye la energía mecánica total $E = K + U$: la rapidez y la energía cinética K del paracaidista permanecen iguales, en tanto que disminuye la energía potencial gravitacional U.

Estrategia para resolver problemas 7.1 — Problemas donde se utiliza energía mecánica I

MP

IDENTIFICAR *los conceptos pertinentes:* Decida si conviene resolver el problema con métodos de energía, usando $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ directamente, o con una combinación de estrategias. El enfoque de energía es muy útil si el problema implica movimiento con fuerzas variables, en una trayectoria curva (que veremos más adelante) o ambas cuestiones. Si el problema implica tiempo transcurrido, el enfoque de energía *no* suele ser el mejor porque en él no interviene el tiempo directamente.

PLANTEAR *el problema* utilizando los siguientes pasos:

1. Si usa el enfoque de energía, primero decida cuáles son los estados inicial y final (posiciones y velocidades) del sistema. Use el subíndice 1 para el estado inicial y el subíndice 2 para el estado final. Resulta útil hacer dibujos que muestren los estados inicial y final.
2. Defina su sistema de coordenadas, sobre todo el nivel donde $y = 0$. Esto le servirá para calcular las energías potenciales gravitacionales. La ecuación (7.2) supone que la dirección $+y$ es hacia arriba; le sugerimos tomar esa decisión de forma consistente.
3. Identifique todas las fuerzas que efectúen trabajo que no puedan describirse en términos de energía potencial. (Por ahora, esto significa cualesquiera fuerzas no gravitacionales. Sin embargo, más adelante en este capítulo veremos que el trabajo efectuado por un resorte ideal también puede expresarse como un cambio en la energía potencial.) Los diagramas de cuerpo libre siempre son útiles.

continúa