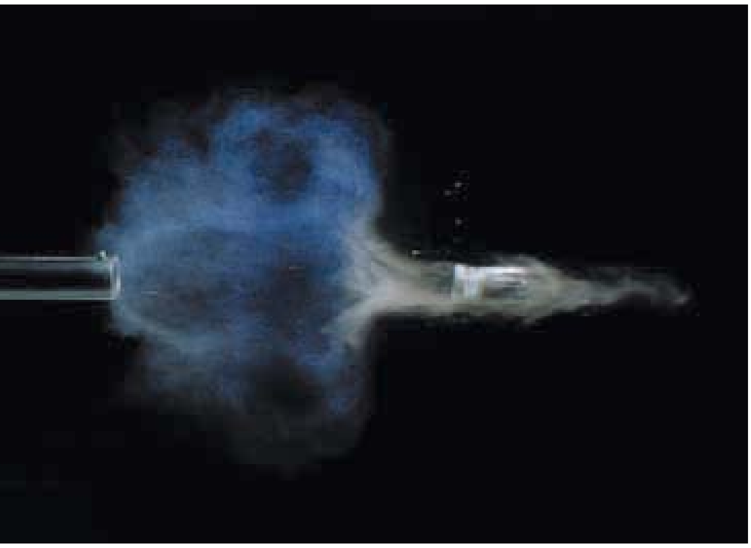
TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA

6



?Cuando una arma de fuego se dispara, los gases que se expanden en el cañón empujan el proyectil hacia afuera, de acuerdo con la tercera ley de Newton, el proyectil ejerce tanta fuerza sobre los gases, como éstos ejercen sobre aquél. ¿Sería correcto decir que el *proyectil* efectúa trabajo sobre los *gases*?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- Qué significa que una fuerza efectúe trabajo sobre un cuerpo, y cómo calcular la cantidad de trabajo realizada.
- La definición de energía cinética (energía de movimiento) de un cuerpo, y lo que significa físicamente.
- Cómo el trabajo total efectuado sobre un cuerpo cambia la energía cinética del cuerpo, y cómo utilizar este principio para resolver problemas de mecánica.
- Cómo usar la relación entre trabajo total y cambio de energía cinética, cuando las fuerzas no son constantes y el cuerpo sigue una trayectoria curva, o ambas situaciones.
- Cómo resolver problemas que implican potencia (tasa para efectuar trabajo).

Suponga que trata de calcular la rapidez de una flecha disparada con un arco. Aplica las leyes de Newton y todas las técnicas de resolución de problemas que hemos aprendido, pero se encuentra un obstáculo importante: después de que el arquero suelta la flecha, la cuerda del arco ejerce una fuerza *variable* que depende de la posición de la flecha. Por ello, los métodos sencillos que aprendimos no bastan para calcular la rapidez. No debe temer; nos falta mucho para acabar con la mecánica, y hay otros métodos para manejar esta clase de problemas.

El nuevo método que vamos a presentar usa las ideas de *trabajo* y *energía*. La importancia del concepto de energía surge del *principio de conservación de la energía*: la energía es una cantidad que se puede convertir de una forma a otra, pero no puede crearse ni destruirse. En un motor de automóvil, la energía química almacenada en el combustible se convierte parcialmente en la energía del movimiento del auto, y parcialmente en energía térmica. En un horno de microondas, la energía electromagnética obtenida de la compañía de electricidad se convierte en energía térmica en el alimento cocido. En éstos y todos los demás procesos, la energía *total* —es la suma de toda la energía presente en diferentes formas— no cambia. Todavía no se ha hallado ninguna excepción.

Usaremos el concepto de energía en el resto del libro para estudiar una amplísima gama de fenómenos físicos. La energía nos ayudará a entender por qué un abrigo nos mantiene calientes, cómo el flash de una cámara produce un destello de luz, y el significado de la famosa ecuación de Einstein $E = mc^2$.

En este capítulo, no obstante, nos concentraremos en la mecánica. Conoceremos una importante forma de energía, la *energía cinética* o la energía de movimiento, y su relación con el concepto de *trabajo*. También consideraremos la *potencia*, que es la rapidez con que se realiza trabajo. En el capítulo 7 ampliaremos las ideas de trabajo y energía cinética, para comprender más a fondo los conceptos de energía y conservación de la energía.

6.1 Trabajo

6.1 Estos hombres realizan trabajo conforme empujan sobre el vehículo averiado, porque ejercen una fuerza sobre el auto al moverlo.

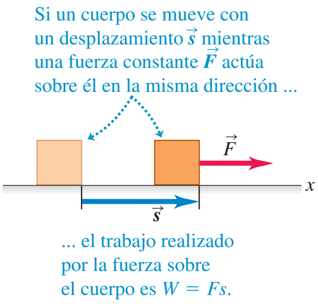
Seguramente usted estará de acuerdo en que cuesta trabajo mover un sofá pesado, levantar una pila de libros del piso hasta colocarla en un estante alto, o empujar un automóvil averiado para retirarlo de la carretera. Todos estos ejemplos concuerdan con el significado cotidiano de *trabajo*: cualquier actividad que requiere esfuerzo muscular o mental.

En física el trabajo tiene una definición mucho más precisa. Al utilizar esa definición, descubriremos que, en cualquier movimiento, por complicado que sea, el trabajo total realizado sobre una partícula por todas las fuerzas que actúan sobre ella es igual al cambio en su *energía cinética*: una cantidad relacionada con la rapidez de la partícula. Esta relación se cumple aún cuando dichas fuerzas no sean constantes, que es una situación que puede ser difícil o imposible de manejar con las técnicas que estudiamos en los capítulos 4 y 5. Los conceptos de trabajo y energía cinética nos permitirán resolver problemas de mecánica que no podríamos haber abordado antes.

En esta sección aprenderemos cómo se define el trabajo y cómo se calcula en diversas situaciones que implican fuerzas *constantes*. Aunque ya sabemos cómo resolver problemas donde las fuerzas son constantes, el concepto de trabajo nos resultará útil. Más adelante en este capítulo deduciremos la relación entre trabajo y energía cinética, y la aplicaremos después en problemas donde las fuerzas *no* son constantes.

Los tres ejemplos de trabajo antes mencionados —mover un sofá, levantar una pila libros y empujar un automóvil— tienen algo en común. En ellos realizamos trabajo ejerciendo una *fuerza* sobre un cuerpo mientras éste se *mueve* de un lugar a otro, es decir, sufre un *desplazamiento* (figura 6.1). Efectuamos más trabajo si la fuerza es mayor (empujamos más fuerte el auto) o si el desplazamiento es mayor (lo empujamos una mayor distancia).

6.2 El trabajo realizado por una fuerza constante que actúa en la misma dirección que el desplazamiento.



El físico define el trabajo con base en estas observaciones. Considere un cuerpo que sufre un desplazamiento de magnitud s en línea recta. (Por ahora, supondremos que todo cuerpo puede tratarse como partícula y despreciaremos cualquier rotación o cambio en la forma del cuerpo.) Mientras el cuerpo se mueve, una fuerza constante $\vec{F}$ actúa sobre él en la dirección del desplazamiento $\vec{s}$ (figura 6.2). Definimos el **trabajo** W realizado por esta fuerza constante en dichas condiciones como el producto de la magnitud F de la fuerza y la magnitud s del desplazamiento:

$$W = Fs \quad \text{(fuerza constante en dirección del desplazamiento rectilíneo)} \qquad (6.1)$$

El trabajo efectuado sobre el cuerpo es mayor si la fuerza F o el desplazamiento s son mayores, lo que coincide con nuestras observaciones anteriores.

CUIDADO **Trabajo = *W*, peso = *w*** No confunda W (trabajo) con w (peso). Si bien los símbolos son casi iguales, se trata de cantidades distintas.

La unidad de trabajo en el SI es el **joule** (que se abrevia J y se pronuncia "yul", nombrada así en honor del físico inglés del siglo XIX James Prescott Joule). Por la ecuación (6.1), vemos que, en cualquier sistema de unidades, la unidad de trabajo es la unidad de fuerza multiplicada por la unidad de distancia. En el SI la unidad de fuerza es el newton y la unidad de distancia es el metro, así que 1 joule equivale a un *newton-metro* $(\text{N} \cdot \text{m})$:

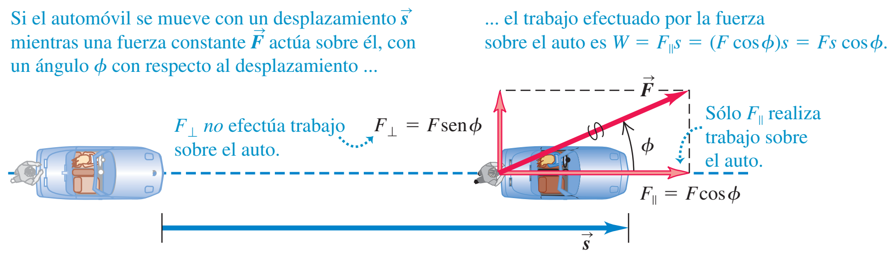
$$1 \text{ joule} = (1 \text{ newton})(1 \text{ metro}) \quad \text{o bien} \quad 1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

En el sistema británico, la unidad de fuerza es la libra (lb), la unidad de distancia es el pie (ft), y la unidad de trabajo es el *pie-libra* $(\text{ft} \cdot \text{lb})$. Estas conversiones son útiles:

$$1 \text{ J} = 0.7376 \text{ ft} \cdot \text{lb} \qquad 1 \text{ ft} \cdot \text{lb} = 1.356 \text{ J}$$

Como ilustración de la ecuación (6.1), pensemos en una persona que empuja un automóvil averiado. Si lo empuja a lo largo de un desplazamiento $\vec{s}$ con una fuerza constante $\vec{F}$ en la dirección del movimiento, la cantidad de trabajo que efectúa sobre el auto está dada por la ecuación (6.1): $W = Fs$. Sin embargo, ¿y si la persona hubiera empujado con un ángulo ϕ con respecto al desplazamiento del auto (figura 6.3)? Entonces $\vec{F}$ tiene una componente $F_{\parallel} = F\cos\phi$ en la dirección del desplazamiento y una componente $F_{\perp} = F\operatorname{sen}\phi$ que actúa perpendicular al desplazamiento. (Otras fuerzas deben actuar sobre el automóvil para que se mueva en la dirección de $\vec{s}$, no

6.3 El trabajo realizado por una fuerza constante que actúa con un ángulo relativo al desplazamiento.



en la dirección de $\vec{F}$; sin embargo, sólo nos interesa el trabajo realizado por la persona, así que sólo consideraremos la fuerza que ésta ejerce.) En este caso, sólo la componente paralela $F_{\parallel}$ es eficaz para mover el auto, por lo que definimos el trabajo como el producto de esta componente de fuerza y la magnitud del desplazamiento. Por lo tanto, $W = F_{\parallel}s = (F\cos\phi)s$, o bien,

ActivPhysics 5.1 Cálculos de trabajo

$$W = Fs\cos\phi \quad \text{(fuerza constante, desplazamiento rectilíneo)} \tag{6.2}$$

Estamos suponiendo que F y ϕ son constantes durante el desplazamiento. Si $\phi = 0$ y $\vec{F}$ y $\vec{s}$ tienen la misma dirección, entonces $\cos\phi = 1$ y volvemos a la ecuación (6.1).

La ecuación (6.2) tiene la forma del *producto escalar* de dos vectores (presentado en la sección 1 .10): $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\phi$. Quizá usted desee repasar esa definición. Ello nos permite escribir la ecuación (6.2) de forma más compacta:

$$W = \vec{F}\cdot\vec{s} \quad \text{(fuerza constante, desplazamiento rectilíneo)} \tag{6.3}$$

CUIDADO **El trabajo es un escalar** Veamos un punto fundamental: el trabajo es una cantidad *escalar*, aunque se calcule usando dos cantidades vectoriales (fuerza y desplazamiento). Una fuerza de 5 N al este que actúa sobre un cuerpo que se mueve 6 m al este realiza exactamente el mismo trabajo, que una fuerza de 5 N al norte que actúa sobre un cuerpo que se mueve 6 m al norte.

Ejemplo 6.1 Trabajo efectuado por una fuerza constante

a) Esteban ejerce una fuerza constante de magnitud 210 N (aproximadamente 47 lb) sobre el automóvil averiado de la figura 6.3, mientras lo empuja una distancia de 18 m. Además, un neumático se desinfló, así que, para lograr que el auto avance al frente, Esteban debe empujarlo con un ángulo de 30° con respecto a la dirección del movimiento. ¿Cuánto trabajo efectúa Esteban? *b*) Con ánimo de ayudar, Esteban empuja un segundo automóvil averiado con una fuerza constante $\vec{F} = (160\text{ N})\hat{\imath} - (40\text{ N})\hat{\jmath}$. El desplazamiento del automóvil es $\vec{s} = (14\text{ m})\hat{\imath} + (11\text{ m})\hat{\jmath}$. ¿Cuánto trabajo efectúa Esteban en este caso?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: En ambos incisos, *a*) y *b*), la incógnita es el trabajo W efectuado por Esteban. En ambos casos, la fuerza es constante y el desplazamiento es rectilíneo, así que podemos usar la ecuación (6.2) o la ecuación (6.3).

PLANTEAR: El ángulo entre $\vec{F}$ y $\vec{s}$ se da explícitamente en el inciso *a*), de manera que podemos aplicar directamente la ecuación (6.2). En el inciso *b*), no se da el ángulo, así que nos conviene más calcular el producto escalar de la ecuación (6.3), a partir de las componentes de $\vec{F}$ y $\vec{s}$, como en la ecuación (1.21): $\vec{A}\cdot\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$.

EJECUTAR: *a*) Por la ecuación (6.2),

$$W = Fs\cos\phi = (210\text{ N})(18\text{ m})\cos 30° = 3.3\times 10^3\text{ J}$$

b) Las componentes de $\vec{F}$ son $F_x = 160$ N y $F_y = -40$ N, en tanto que las componentes de $\vec{s}$ son $x = 14$ m y $y = 11$ m. (No hay componentes z para ningún vector.) Así, utilizando las ecuaciones (1.21) y (6.3),

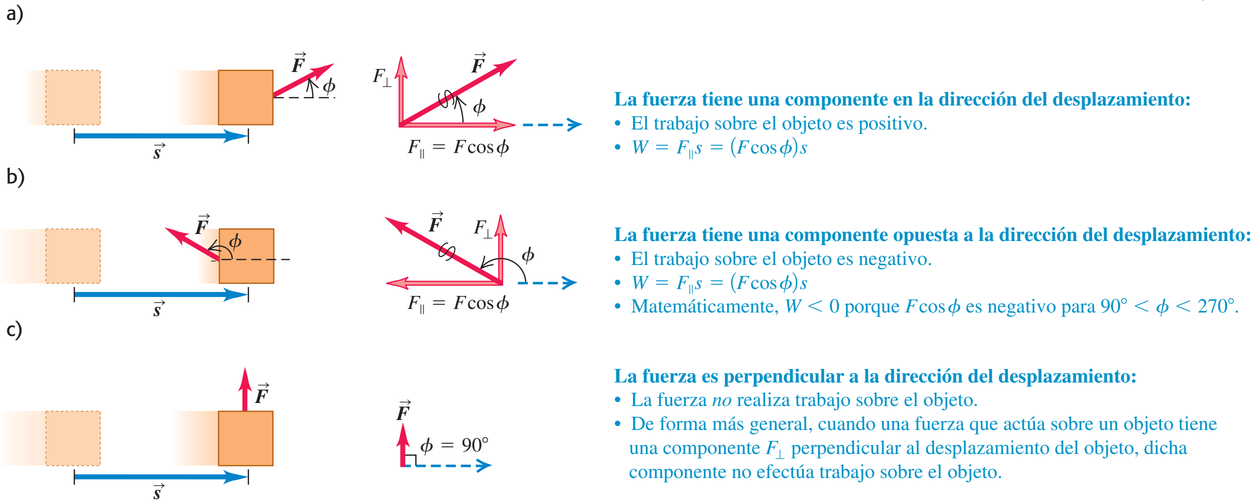
$$\begin{aligned} W &= \vec{F}\cdot\vec{s} = F_xx + F_yy \\ &= (160\text{ N})(14\text{ m}) + (-40\text{ N})(11\text{ m}) \\ &= 1.8\times 10^3\text{ J} \end{aligned}$$

EVALUAR: En cada caso, el trabajo que efectúa Esteban es mayor que 1000 J. Nuestros resultados muestran que 1 joule es relativamente poco trabajo.

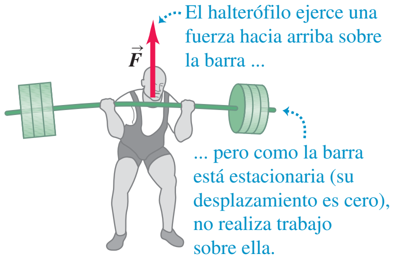
Trabajo: Positivo, negativo o cero

En el ejemplo 6.1, el trabajo efectuado al empujar los autos fue positivo. No obstante, es importante entender que el trabajo también puede ser negativo o cero. Ésta es la diferencia esencial entre la definición de trabajo en física y la definición "cotidiana" del mismo.

6.4 Una fuerza constante $\vec{F}$ puede efectuar trabajo positivo, negativo o cero, dependiendo del ángulo entre $\vec{F}$ y el desplazamiento $\vec{s}$.



6.5 Un halterófilo no realiza trabajo sobre una barra si la mantiene estacionaria.



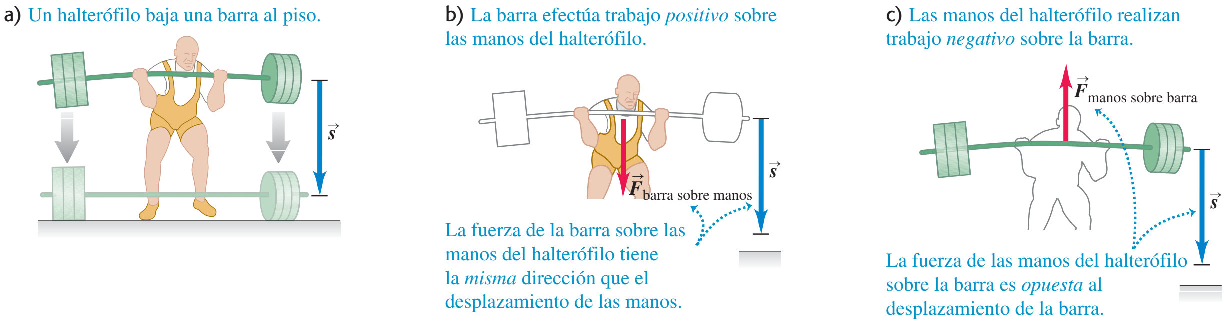
Si la fuerza tiene una componente *en la misma dirección* que el desplazamiento (ϕ entre 0 y 90°), cos ϕ en la ecuación (6.2) es positivo y el trabajo W es *positivo* (figura 6.4a). Si la fuerza tiene una componente *opuesta* al desplazamiento (ϕ entre 90 y 180°), cos ϕ es negativo y el trabajo es *negativo* (figura 6.4b). Si la fuerza es *perpendicular* al desplazamiento, $\phi = 90°$ y el trabajo realizado por la fuerza es *cero* (figura 6.4c). Los casos de trabajo cero y negativo ameritan mayor estudio; veamos algunos ejemplos.

Hay muchas situaciones donde actúan fuerzas pero no realizan trabajo. Quizás usted piense que "cuesta trabajo" sostener una barra de halterofilia inmóvil en el aire durante cinco minutos (figura 6.5); pero en realidad no se está realizando trabajo sobre la barra porque no hay desplazamiento. Nos cansamos porque las componentes de las fibras musculares de los brazos realizan trabajo al contraerse y relajarse continuamente. Sin embargo, se trata de trabajo efectuado por una parte del brazo que ejerce fuerza sobre otra, *no* sobre la barra. (En la sección 6.2 hablaremos más del trabajo realizado por una parte de un cuerpo sobre otra.) Aun si usted camina con velocidad constante por un piso horizontal llevando un libro, no realiza trabajo sobre éste. El libro tiene un desplazamiento, pero la fuerza de soporte (vertical) que usted ejerce sobre el libro no tiene componente en la dirección (horizontal) del movimiento: $\phi = 90°$ en la ecuación (6.2) y cos $\phi = 0$. Si un cuerpo se desliza por una superficie, el trabajo realizado sobre él por la fuerza normal es cero; y cuando una pelota atada a un cordón se pone en movimiento circular uniforme, el trabajo realizado sobre ella por la tensión en el cordón es cero. En ambos casos, el trabajo es cero porque la fuerza no tiene componente en la dirección del movimiento.

¿Qué significa realmente realizar trabajo *negativo*? La respuesta está en la tercera ley de Newton del movimiento. Cuando un halterófilo (levantador de pesas) baja una barra como en la figura 6.6a, sus manos y la barra se mueven juntas con el mismo desplazamiento $\vec{s}$. La barra ejerce una fuerza $\vec{F}_{\text{barra sobre manos}}$ sobre sus manos en la misma dirección que el desplazamiento de éstas, así que el trabajo realizado por la *barra* sobre sus *manos* es positivo (figura 6.6b). Sin embargo, por la tercera ley de Newton, las manos del halterófilo ejerce una fuerza igual y opuesta $\vec{F}_{\text{manos sobre barra}} = -\vec{F}_{\text{barra sobre manos}}$ sobre la barra (figura 6.6c). Esta fuerza, que evita que la barra se estrelle contra el piso, actúa opuesta al desplazamiento de la barra. Por lo tanto, el trabajo realizado por sus *manos* sobre la *barra* es negativo. Puesto que las manos del halterófilo y la barra tienen el mismo desplazamiento, el trabajo realizado por sus manos sobre la barra es justo el negativo del realizado por la barra sobre sus manos. En general, cuando un cuerpo realiza trabajo negativo sobre otro cuerpo, éste realiza una cantidad igual de trabajo *positivo* sobre el primero.

CUIDADO **Tenga presente quién hace el trabajo** Siempre hablamos de trabajo realizado *sobre* un cuerpo específico *por* una fuerza determinada. Nunca olvide especificar exactamen-

6.6 Las manos de este halterófilo efectúan trabajo negativo sobre la barra, mientras que la barra realiza trabajo positivo sobre sus manos.



te qué fuerza realiza el trabajo en cuestión. Si levantamos un libro, ejercemos una fuerza hacia arriba sobre el libro y el desplazamiento de éste es hacia arriba, así que el trabajo realizado por la fuerza de levantamiento sobre el libro es positivo. En cambio, el trabajo realizado por la fuerza *gravitacional* (peso) sobre el libro que se levanta es *negativo*, porque tal fuerza es opuesta al desplazamiento hacia arriba.

Trabajo total

¿Cómo calculamos el trabajo cuando *varias* fuerzas actúan sobre un cuerpo? Podemos usar las ecuaciones (6.2) o (6.3) para calcular el trabajo realizado por cada fuerza individual. Puesto que el trabajo es una cantidad escalar, el trabajo *total* W_{tot} realizado por todas las fuerzas sobre el cuerpo es la suma algebraica de los trabajos realizados por las fuerzas individuales. Otra forma de calcular W_{tot} es calcular la suma vectorial de las fuerzas (es decir, la fuerza neta) y usarla en vez de $\vec{F}$ en la ecuación (6.2) o en la (6.3). El siguiente ejemplo ilustra ambas técnicas.

Ejemplo 6.2 Trabajo realizado por varias fuerzas

Un granjero engancha su tractor a un trineo cargado con leña y lo arrastra 20 m sobre el suelo horizontal (figura 6.7a). El peso total del trineo y la carga es de 14,700 N. El tractor ejerce una fuerza constante de 5000 N a 36.9° sobre la horizontal, como se indica en la figura 6.7b. Una fuerza de fricción de 3500 N se opone al movimiento del trineo. Calcule el trabajo realizado por cada fuerza que actúa sobre el trineo y el trabajo total de todas las fuerzas.

SOLUCIÓN

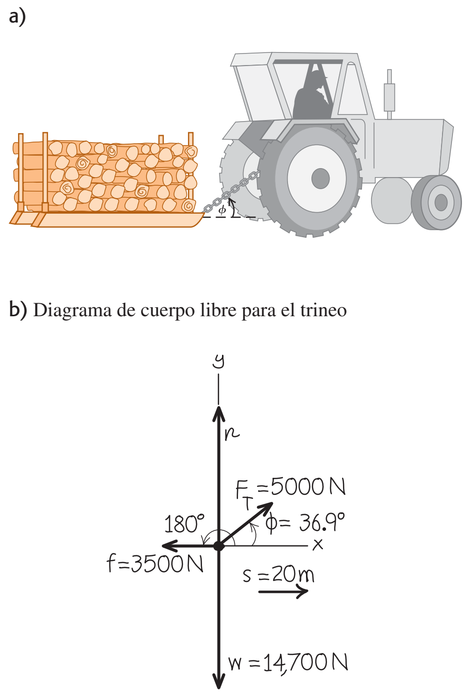
IDENTIFICAR: Todas las fuerzas son constantes y el desplazamiento es rectilíneo, de manera que podemos calcular el trabajo empleando los conceptos usados en esta sección. Obtendremos el trabajo total de dos maneras: 1. sumando los trabajos efectuados por cada fuerza sobre el trineo, y 2. calculando el trabajo efectuado por la fuerza neta que actúa sobre el trineo.

PLANTEAR: Puesto que estamos trabajando con fuerzas, los primeros pasos son dibujar un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas que actúan sobre el trineo, y elegir un sistema de coordenadas (figura 6.7b). Conocemos el ángulo entre el desplazamiento (en la dirección $+x$) y cada una de las cuatro fuerzas: peso, fuerza normal, fuerza del tractor y fuerza de fricción. Por lo tanto, con la ecuación (6.2) calculamos el trabajo realizado por cada fuerza.

Como vimos en el capítulo 5, para obtener la fuerza neta sumamos las componentes de las cuatro fuerzas. La segunda ley de Newton nos dice que, como el movimiento del trineo es exclusivamente horizontal, la fuerza neta sólo tiene una componente horizontal.

EJECUTAR: El trabajo W_w realizado por el peso es cero, porque su dirección es perpendicular al desplazamiento. (compare esto con la figura 6.4c) Lo mismo sucede con la fuerza normal, el trabajo W_n

6.7 Cálculo del trabajo realizado sobre un trineo de leña que es arrastrado por un tractor.



continúa

realizado por la fuerza normal es cero. Entonces, $W_w = W_n = 0$. (Por cierto, la magnitud de la fuerza normal es menor que el peso; véase el ejemplo 5.15 de la sección 5.3, donde el diagrama de cuerpo libre es muy similar.)

Nos queda la fuerza F_T ejercida por el tractor y la fuerza de fricción f. Por la ecuación (6.2), el trabajo W_T efectuado por el tractor es

$$\begin{aligned} W_T &= F_T s\cos\phi = (5000\ \text{N})(20\ \text{m})(0.800) = 80{,}000\ \text{N}\cdot\text{m} \\ &= 80\ \text{kJ} \end{aligned}$$

La fuerza de fricción $\vec{f}$ es opuesta al desplazamiento, así que $\phi = 180°$ y $\cos\phi = -1$. El trabajo W_f realizado por la fuerza de fricción es

$$\begin{aligned} W_f &= fs\cos 180° = (3500\ \text{N})(20\ \text{m})(-1) = -70{,}000\ \text{N}\cdot\text{m} \\ &= -70\ \text{kJ} \end{aligned}$$

El trabajo total W_{tot} realizado por todas las fuerzas sobre el trineo es la suma *algebraica* del trabajo realizado por cada fuerza individual:

$$\begin{aligned} W_{tot} &= W_w + W_n + W_T + W_f = 0 + 0 + 80\ \text{kJ} + (-70\ \text{kJ}) \\ &= 10\ \text{kJ} \end{aligned}$$

Usando la otra estrategia, primero obtenemos la suma *vectorial* de todas las fuerzas (la fuerza neta) y la usamos para calcular el trabajo total. La mejor forma de hacerlo es usando componentes. De la figura 6.7b,

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_T\cos\phi + (-f) = (5000\ \text{N})\cos 36.9° - 3500\ \text{N} \\ &= 500\ \text{N} \\ \sum F_y &= F_T\operatorname{sen}\phi + n + (-w) \\ &= (5000\ \text{N})\operatorname{sen} 36.9° + n - 14{,}700\ \text{N} \end{aligned}$$

No necesitamos la segunda ecuación; sabemos que la componente y de fuerza es perpendicular al desplazamiento, así que no realiza trabajo. Además, no hay componente y de aceleración, así que de cualquier forma $\sum F_y$ debe ser cero. Por lo tanto, el trabajo total es el realizado por la componente x total:

$$\begin{aligned} W_{tot} &= \left(\sum \vec{F}\right)\cdot\vec{s} = \left(\sum F_x\right)s = (500\ \text{N})(20\ \text{m}) = 10{,}000\ \text{J} \\ &= 10\ \text{kJ} \end{aligned}$$

EVALUAR: Obtenemos el mismo valor de W_{tot} con los dos métodos, como debería ser.

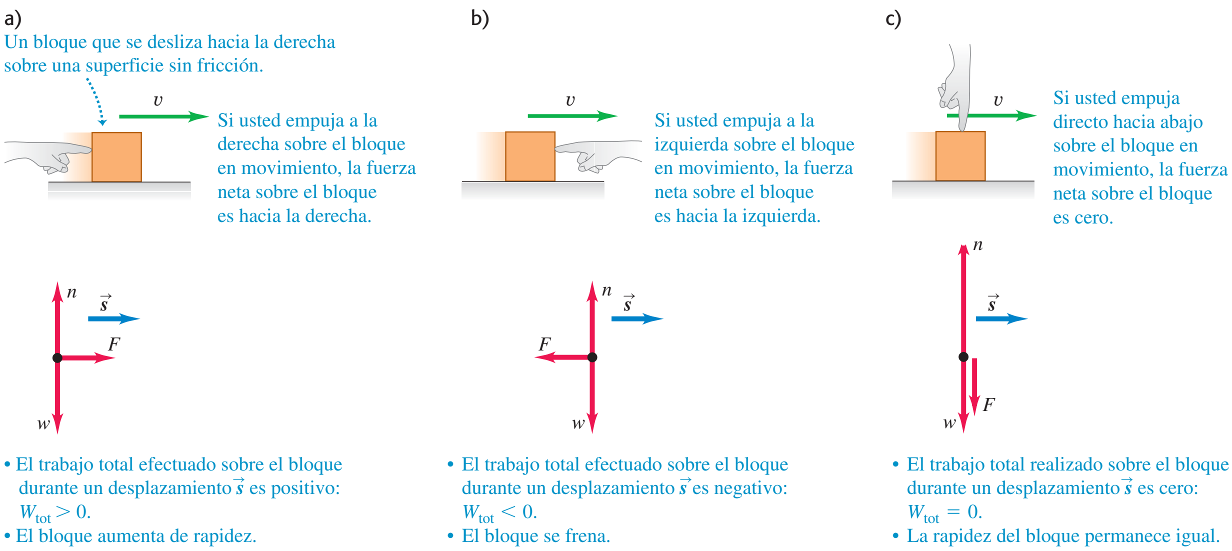
Observe que la fuerza neta en la dirección x *no* es cero, así que el trineo se está acelerando. En la sección 6.2 volveremos a este ejemplo y veremos cómo usar el concepto de trabajo para explorar el movimiento del trineo.

Evalúe su comprensión de la sección 6.1 Un electrón se mueve en línea recta hacia el este con una rapidez constante de 8×10^7 m/s. Tiene fuerzas eléctrica, magnética y gravitacional que actúan sobre él. Durante un desplazamiento de 1 metro, el trabajo total efectuado sobre el electrón es i) positivo, ii) negativo, iii) cero, iv) no hay suficiente información para decidir.

6.2 Energía cinética y el teorema trabajo-energía

El trabajo total realizado por fuerzas externas sobre un cuerpo se relaciona con el desplazamiento de éste (los cambios en su posición), pero también está relacionado con los cambios en la *rapidez* del cuerpo. Para comprobarlo, considere la figura 6.8, que

6.8 La relación entre el trabajo total efectuado sobre un cuerpo y la manera en que cambia la rapidez del cuerpo.

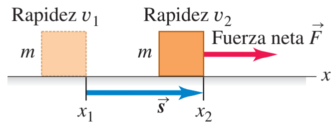


muestra tres ejemplos de un bloque que se desliza sobre una mesa sin fricción. Las fuerzas que actúan sobre el bloque son su peso $\vec{w}$, 1a fuerza normal $\vec{n}$ y la fuerza $\vec{F}$ ejercida por la mano.

En la figura 6.8a, la fuerza neta sobre el bloque es en la dirección de su movimiento. Por la segunda ley de Newton, ello significa que el bloque se acelera; la ecuación (6.1) nos indica también que el trabajo total W_{tot} efectuado sobre el bloque es positivo. El trabajo total es *negativo* en la figura 6.8b porque la fuerza neta se opone al desplazamiento; aquí el bloque se frena. La fuerza neta es cero en la figura 6.8c, así que la rapidez del bloque no cambia y el trabajo total efectuado sobre él es cero. Podemos concluir que, *si una partícula se desplaza, se acelera si* $W_{tot} > 0$, *se frena si* $W_{tot} < 0$ *y mantiene su rapidez si* $W_{tot} = 0$.

Hagamos más cuantitativas tales observaciones. Considere una partícula con masa m que se mueve en el eje x bajo la acción de una fuerza neta constante de magnitud F dirigida hacia el eje $+x$ (figura 6.9). La aceleración de la partícula es constante y está dada por la segunda ley de Newton, $F = ma_x$. Suponga que la rapidez cambia de v_1 a v_2 mientras la partícula sufre un desplazamiento $s = x_2 - x_1$ del punto x_1 al x_2. Usando una ecuación de aceleración constante, ecuación (2.13), y sustituyendo v_{0x} por v_1, v_x por v_2 y $(x - x_0)$ por s, tenemos

6.9 Una fuerza neta constante $\vec{F}$ efectúa trabajo sobre un cuerpo en movimiento.



$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s$$

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

Al multiplicar esta ecuación por m y sustituir ma_x por la fuerza neta F, obtenemos

$$F = ma_x = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \quad \text{y}$$

$$Fs = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (6.4)$$

El producto Fs es el trabajo efectuado por la fuerza neta F y, por lo tanto, es igual al trabajo total W_{tot} efectuado por todas las fuerzas que actúan sobre la partícula. Llamamos a la cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ la **energía cinética** K de la partícula (definición de energía cinética):

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{(definición de energía cinética)} \qquad (6.5)$$

Igual que el trabajo, la energía cinética de una partícula es una cantidad escalar; sólo depende de la masa y la rapidez de la partícula, no de su dirección de movimiento. Un automóvil (visto como partícula) tiene la misma energía cinética yendo al norte a 10 m/s que yendo al este a 10 m/s. La energía cinética nunca puede ser negativa, y es cero sólo si la partícula está en reposo.

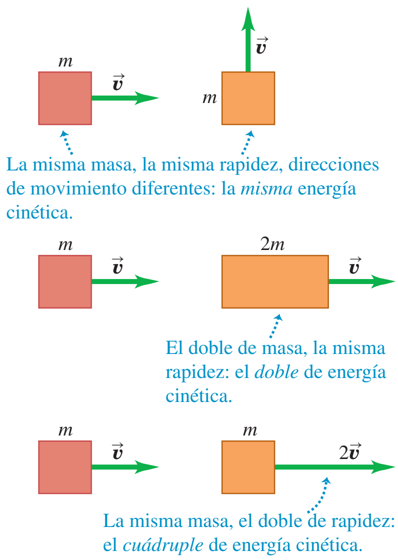
Ahora podemos interpretar la ecuación (6.4) en términos de trabajo y energía cinética. El primer término del miembro derecho de la ecuación (6.4) es $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$, la energía cinética final de la partícula (es decir, después del desplazamiento). El segundo término es la energía cinética inicial, $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$, y la diferencia entre estos términos es el *cambio* de energía cinética. Así, la ecuación (6.4) dice:

El trabajo efectuado por la fuerza neta sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética de la partícula:

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K \qquad \text{(teorema trabajo-energía)} \qquad (6.6)$$

Éste es el resultado del **teorema trabajo-energía**.

6.10 Comparación entre la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ de cuerpos distintos.



El teorema trabajo-energía concuerda con nuestras observaciones acerca del bloque de la figura 6.8. Si W_{tot} es *positivo*, la energía cinética *aumenta* (la energía cinética final K_2 es mayor que la energía cinética inicial K_1) y la partícula tiene mayor rapidez al final del desplazamiento que al principio. Si W_{tot} es *negativa*, la energía cinética *disminuye* (K_2 es menor que K_1) y la rapidez es menor después del desplazamiento. Si $W_{tot} = 0$, la energía cinética permanece igual ($K_1 = K_2$) y la rapidez no cambia. Observe que el teorema trabajo-energía sólo indica cambios en la *rapidez*, no en la velocidad, pues la energía cinética no depende de la dirección del movimiento.

Por la ecuación (6.4) o la (6.6), la energía cinética y el trabajo deben tener las mismas unidades. Por lo tanto, el joule es la unidad del SI tanto del trabajo como de la energía cinética (y, como veremos, de todos los tipos de energía). Para verificarlo, observe que la cantidad $K = \frac{1}{2}mv^2$ tiene unidades de $\text{kg} \cdot (\text{m/s})^2$ o $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$; recordamos que $1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m/s}^2$, así que

$$1\ \text{J} = 1\ \text{N} \cdot \text{m} = 1\ (\text{kg} \cdot \text{m/s}^2) \cdot \text{m} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$

En el sistema británico, la unidad de energía cinética y trabajo es

$$1\ \text{ft} \cdot \text{lb} = 1\ \text{ft} \cdot \text{slug} \cdot \text{ft/s}^2 = 1\ \text{slug} \cdot \text{ft}^2/\text{s}^2$$

Puesto que usamos las leyes de Newton para deducir el teorema trabajo-energía, sólo podemos usarlo en un marco de referencia inercial. Además, observe que el teorema es válido en *cualquier* marco inercial; sin embargo, los valores de W_{tot} y $K_2 - K_1$ podrían diferir de un marco inercial a otro (porque el desplazamiento y la rapidez de un cuerpo pueden ser diferentes en diferentes marcos).

Dedujimos el teorema trabajo-energía para el caso especial de movimiento rectilíneo con fuerzas constantes, y en los siguientes ejemplos sólo lo aplicaremos a ese caso especial. En la siguiente sección veremos que el teorema es válido en general, aun si las fuerzas no son constantes y la trayectoria de la partícula es curva.

Estrategia para resolver problemas 6.1 Trabajo y energía cinética

MP

IDENTIFICAR *los conceptos pertinentes:* El teorema trabajo-energía es extremadamente útil en situaciones donde se desea relacionar la rapidez v_1 de un cuerpo en un punto de su movimiento, con su rapidez v_2 en otro punto. (El enfoque es menos útil en problemas donde interviene el *tiempo*, como determinar cuánto tarda un cuerpo en ir del punto 1 al punto 2. Ello se debe a que en el teorema trabajo-energía no interviene el tiempo. Si es preciso calcular tiempos, suele ser mejor utilizar las relaciones entre tiempo, posición, velocidad y aceleración que describimos en los capítulos 2 y 3.)

PLANTEAR *el problema* con los pasos siguientes:

1. Elija las posiciones inicial y final del cuerpo, y dibuje un diagrama de cuerpo libre con todas las fuerzas que actúan sobre él.
2. Elija un sistema de coordenadas. (Si el movimiento es rectilíneo, lo más fácil suele ser que las posiciones tanto inicial como final estén sobre el eje *x*.)
3. Elabore una lista de las cantidades conocidas y desconocidas, y decida cuáles son las incógnitas. En algunos casos, la incógnita será la rapidez inicial o final del cuerpo; en otros, será la magnitud de una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, o sobre el desplazamiento de éste.

EJECUTAR *la solución:* Calcule el trabajo W efectuado por cada fuerza. Si la fuerza es constante y el desplazamiento es en línea recta, se puede usar la ecuación (6.2) o la (6.3). (Más adelante en este capítulo veremos cómo manejar fuerzas variables y trayectorias curvas.) Revise el signo del trabajo; W debe ser positivo si la fuerza tiene una componente en la dirección del desplazamiento, negativo si la fuerza tiene una componente opuesta al desplazamiento, y cero si la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares.

Sume los trabajos realizados por cada fuerza para obtener el trabajo total W_{tot}. A veces es más fácil obtener primero la suma vectorial de las fuerzas (la fuerza neta) y luego calcular el trabajo efectuado por la fuerza neta; este valor también es W_{tot}.

Escriba expresiones para la energía cinética inicial y final (K_1 y K_2). Tenga presente que en la energía cinética interviene la *masa*, no el *peso*; si le dan el peso del cuerpo, tendrá que usar la relación $w = mg$ para calcular la masa.

Por último, use $W_{tot} = K_2 - K_1$ para despejar la incógnita. Recuerde que el miembro derecho de esta ecuación es la energía cinética *final* menos la energía cinética *inicial*, nunca al revés.

EVALUAR *la respuesta:* Compruebe que su respuesta sea lógica físicamente. Recuerde sobre todo que la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ nunca puede ser negativa. Si obtiene una K negativa, quizás intercambió las energías inicial y final en $W_{tot} = K_2 - K_1$ o tuvo un error de signo en uno de los cálculos de trabajo.